

Mathematik I / II für Produktionstechniker und Wirtschaftsingenieure

Name	Vorname	Matrikelnummer																		

Klausur

Bitte ankreuzen:

- Ich studiere Prod. W.-Ing. Gew.-tech. Wiss.
 auf Bachelor Diplom
 Dies ist mein(e) Freiversuch Erstversuch erste Wiederholung zweite Wiederholung

Bearbeitungszeit: 180 Minuten.

Bestehensgrenze: 50 % der erreichbaren Punkte.

Erlaubte Hilfsmittel: ein eigenhändig handschriftlich, beidseitig beschriebener Notizzettel im DIN-A4-Format.

Die folgende Checkliste bitte zu Beginn und Ende der Klausur je einmal durchgehen:

- | | | |
|--------------------------|--------------------------|---|
| Beginn | Ende | |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | Ich bin für diese Klausur angemeldet und diesem Raum zugeteilt. |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | Mein Exemplar der Klausur enthält 9 Aufgaben. |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | Ich habe nur einen eigenhändig handschriftlich beschriebenen Notizzettel als Hilfsmittel. |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | Ich benutze keinen Taschenrechner, keine Formelsammlung usw. |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | Mein Handy ist vollständig ausgeschaltet. |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | Ich schreibe nur mit dokumentenechten Stiften (ausgenommen Zeichnungen) und nicht in rot oder grün. |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | Ich benutze kein eigenes Papier. |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | Ich gebe bei jeder Aufgabe den Lösungsweg in verständlicher Form an. |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | Ich kennzeichne bei jeder Aufgabe deutlich das Endergebnis. |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | Mein Studierendenausweis sowie Personalausweis liegen sichtbar auf meinem Tisch. |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | Ich trage auf jedem Blatt der Klausur oben rechts meine Matrikelnummer ein. |

Bitte beginnen Sie mit der Bearbeitung der Aufgaben jeweils auf der Seite mit der Aufgabenstellung. Benutzen Sie anschließend die Rückseite. Am Ende finden Sie vier leere Blätter, die Sie zusätzlich verwenden können. Reicht auch das nicht aus, so lassen Sie sich bitte von der Aufsicht zusätzliches Papier geben.

Viel Erfolg!

Korrekturvermerke			
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
Σ			

Matrikelnummer					

Aufgabe 1 (Vektorrechnung): Gegeben sei das Dreieck ABC mit den Koordinaten $A : (1, 2, 3)$, $B : (0, 3, 1)$ und $C : (2, a, 2)$ bezüglich eines kartesischen Koordinatensystems.

- a) Berechnen Sie die Länge der Seite \overline{AB} und bestimmen Sie dann den Parameter a so, dass alle Seiten gleich lang sind. (Für die restlichen Aufgabenteile setzen Sie bitte den Wert für a direkt ein.)
- b) Bestimmen Sie den Schwerpunkt des Dreiecks.
- c) Ergänzen Sie das gleichseitige Dreieck zu einem regelmäßigen Tetraeder, indem Sie einen Punkt D finden, dessen Abstand zu allen drei Eckpunkten gleich der Seitenlänge des Dreiecks ist. (Dabei gibt es zwei Lösungen.) **Hinweis:** Bestimmen und benutzen Sie einen Vektor, der orthogonal zu allen Dreiecksseiten ist.

[30 Minuten]

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 2 (Polynome):

- a) Zerlegen Sie das Polynom

$$p(z) = z^4 - 2z^3 - z^2 + 6z - 6$$

in Linearfaktoren. **Hinweis:** Eine Nullstelle ist $z_1 = 1 + i$.

[10 Minuten]

- b) Sei $p(z)$ ein Polynom, das an der Stelle a eine Nullstelle hat, also $p(a) = 0$. Beweisen Sie, dass diese Nullstelle genau dann mehrfach ist, wenn auch $p'(a) = 0$ ist (wobei p' die Ableitung von p bezeichnet). **Hinweis:** Benutzen Sie, dass man im Falle einer Nullstelle einen Linearfaktor abspalten kann, und berechnen Sie dann p' mit der Produktregel.

[10 Minuten]

--	--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 3 (Lineare Gleichungssysteme): Geben Sie die allgemeine Lösung des Gleichungssystems

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 & -2 \\ -3 & 2 & -1 & 0 \\ 4 & -6 & -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ -3 \end{pmatrix}$$

in einer Parameterdarstellung an.

[15 Minuten]

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 4 (Gram-Schmidt-Verfahren): Gegeben seien die Vektoren

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis des von ihnen erzeugten Unterraumes.

[25 Minuten]

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 5 (Kurvendiskussion): Gegeben sei die Funktion

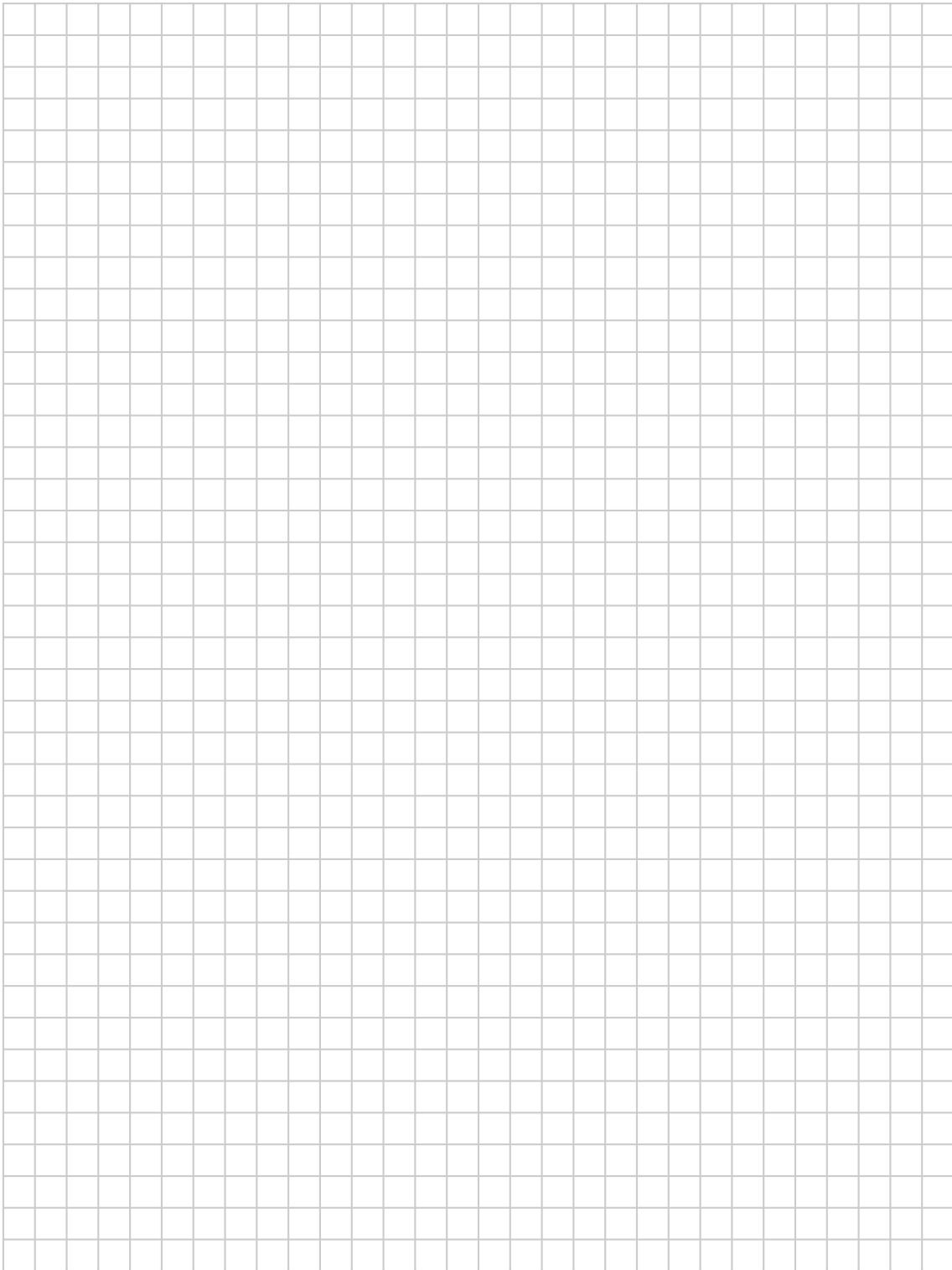
$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto x^3 + 5x^2 + 3x - 9.$$

- a) Bestimmen Sie alle Ableitungen von f bis zur dritten.
- b) Bestimmen Sie alle Nullstellen von f , f' und f'' , und klassifizieren Sie sie danach, ob sie Maxima, Minima, Links-Rechts-Wendestellen oder Rechts-Links-Wendestellen von f sind.
- c) Skizzieren Sie den Graphen von f auf einem sinnvoll gewählten Intervall. (Auf der folgenden Seite finden Sie kariertes Papier zum Zeichnen.)

[20 Minuten]

Matrikelnummer

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 6 (Partialbruchzerlegung, Polynomdivision): Berechnen Sie das Integral

$$\int_5^6 \frac{3x^2 - 12x + 11}{x^2 - 5x + 6} dx.$$

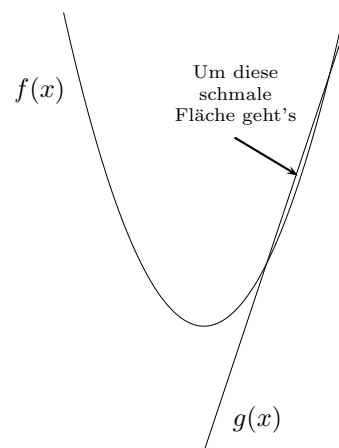
[10 Minuten]

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 7 (Anwendung von Integralrechnung): Gegeben seien die zwei Funktionen

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}, & x &\mapsto x^2 - 2x + 3, \\ g: \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}, & x &\mapsto 3x - 3. \end{aligned}$$

Bestimmen Sie den Flächeninhalt sowie den Schwerpunkt der von den beiden Funktionsgraphen eingeschlossenen Fläche. **[25 Minuten]**



--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 8 (Differenzialgleichungen): Finden Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$f''(x) + 4f'(x) - 21f(x) = -250 \sin(x), \quad f(0) = -1, \quad f'(0) = 12.$$

[20 Minuten]

Matrikelnummer							

Aufgabe 9 (Differenzialgleichungen): Finden Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$(x^2 + 1) \cdot f(x) \cdot f'(x) - (1 + f(x)^2) \cdot x = 0, \quad f(1) = 3.$$

Hinweis: Trennung der Variablen; eine Stammfunktion von $\frac{x}{1+x^2}$ ist gegeben durch $\frac{1}{2} \ln(1+x^2)$.

[15 Minuten]

