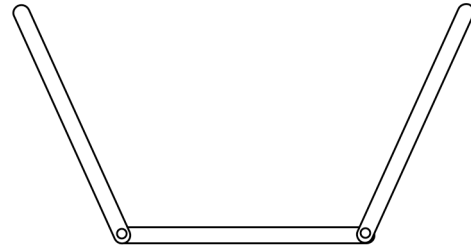


Grundsätzliches: Eine Klausur ist eine Gelegenheit, dem Prüfer zu zeigen, was Sie alles wissen. Es ist also in Ihrem Interesse, dass Ihre Ausführungen lesbar, verständlich und logisch nachvollziehbar sind. Für Studierende des Lehramts ist eine Klausur immer auch eine Prüfung für die Fähigkeit, mathematische Dinge klar und verständlich darzustellen.

1. Beweise mit Strahlensätzen

Wir spielen mit drei Stangen, die durch Gelenke miteinander verbunden sind und gleich lang sind (z.B. Rest eines Zollstocks). Uns ist schnell aus der Anschauung klar: Wenn die beiden Winkel zwischen den drei Stangen gleich groß sind, dann ist die Verbindungslinie der beiden Enden parallel zur mittleren Stange.



- Fertigen Sie zu dieser Situation eine geometrische Zeichnung an und bezeichnen Sie die Eckpunkte. Schreiben Sie dann in diesen Bezeichnungen den oben stehenden „Wenn - dann“-Satz auf.
- Ergänzen Sie die Figur zu einer typischen „Strahlensatzfigur“. Schreiben Sie in Bezug auf diese Figur die **Umkehrung** des 1. Strahlensatzes auf.
- Beweisen Sie die Aussage, die Sie in a. aufgestellt haben.

2. Verknüpfen von Kongruenzabbildungen (geometrisch)

Auf dem beigelegten Arbeitsblatt ist das Dreieck ABC und das Dreieck A*B*C* gezeichnet. Es gilt: $\triangle ABC \cong \triangle A^*B^*C^*$. Da der Unlaufsinn vom Dreieck A*B*C* verschieden ist von dem des Dreiecks ABC, gibt es drei Spiegelungen, deren Verknüpfung das Dreieck ABC auf das Dreieck A*B*C* abbildet.

- Zeichnen Sie in das Arbeitsblatt die Achsen a, b und c von drei Spiegelungen ein, so dass $S_c \circ S_b \circ S_a$ das Dreieck ABC auf das Dreieck A*B*C* abbildet.

Bedingung: Die dritte der drei Achsen, c, ist bereits vorgegeben.

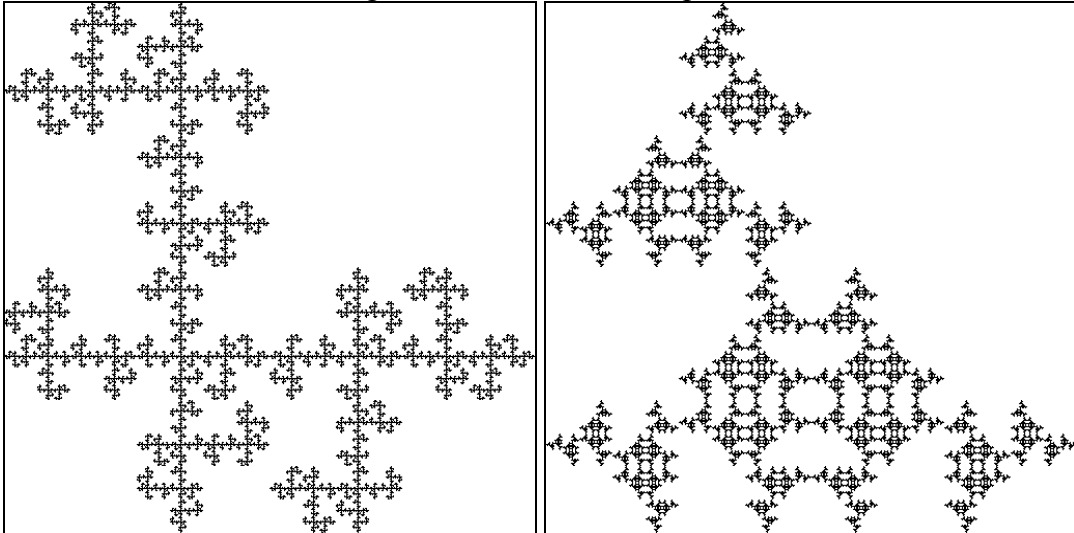
- Beschreiben Sie durch Text, wie Sie die Achsen gefunden haben/wie sie sich aus der vorliegenden Zeichnung ergeben.
- Ist die von Ihnen gefundene Lösung die einzige? Warum (nicht)?

3. Verknüpfen von Spiegelungen.

- Wir betrachten die beiden verschiedenen Geraden r und t, die sich in einem Punkt A schneiden, und die zugehörigen Spiegelungen S_r und S_t . Für diese beiden Spiegelungen gelte die Gleichung: $S_r \circ S_t = S_t \circ S_r$. Welche geometrische Eigenschaft gilt damit für die beiden Geraden r und t?
- Wir betrachten vier Geraden a, b, c und d und die zugehörigen Spiegelungen S_a, S_b, S_c und S_d . Für diese vier Spiegelungen gelte die Gleichung: $S_c \circ S_b \circ S_a = S_d$. Lösen Sie die Gleichung nach S_b auf. Machen Sie Ihren Lösungsweg deutlich.

4. IFS-Fraktale und die zugehörigen Abbildungen

a. Geben Sie für die beiden folgenden Fraktale den Bauplan an.



b. Gegeben ist eine Abbildung mit den Koordinatengleichungen.

$$x'_1 = \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}$$

$$x'_2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x_2$$

Schreiben Sie diese Gleichungen in einer Matrix-Vektor-Gleichung.

Beschreiben Sie, welche Abbildung (im Zusammenhang mit den von uns betrachteten IFS-Fraktalen) damit beschrieben wird. (Welches der drei Teilfelder? Welche der 8 Decktransformationen des Quadrates?)

5. Arithmetik

Multipliziert man zwei aufeinander folgende gerade Zahlen, so ist das Produkt durch 8 teilbar. Formal: Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $8 \mid 2n \cdot (2n + 2)$

a. Geben Sie zwei Beispiele im Bereich der zweistelligen Zahlen.

b. Beweisen Sie die Aussage mit vollständiger Induktion.

zu Aufg. 2

